

# Wykład 13: Pojemność elektryczna

---

dr inż. Zbigniew Szklarski

[szkla@agh.edu.pl](mailto:szkla@agh.edu.pl)

<http://layer.uci.agh.edu.pl/Z.Szklarski/>

# Pojemność

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

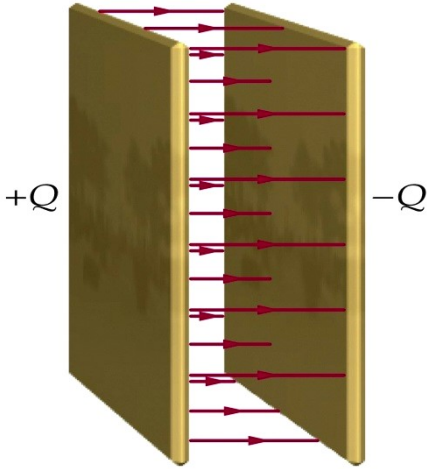
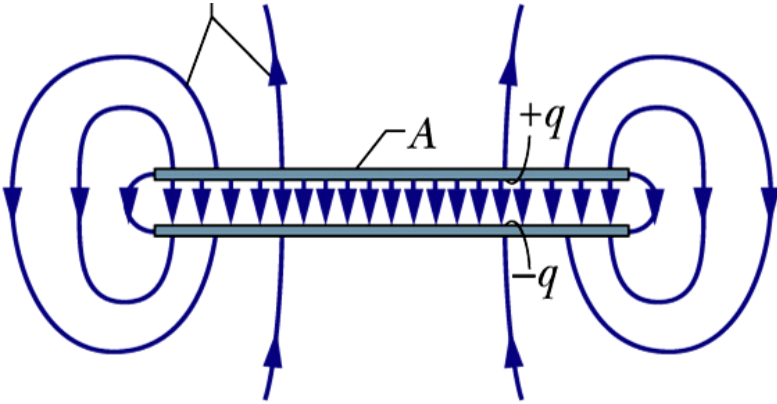
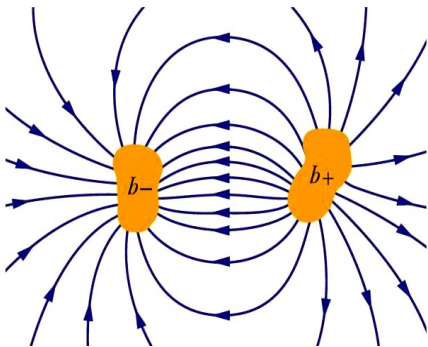
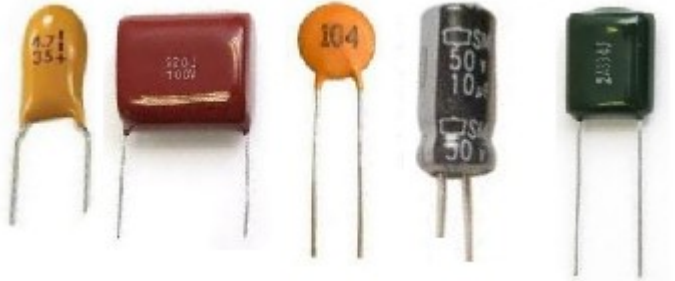
- Jednostką pojemności jest 1F (farad). W praktyce używamy  $\mu\text{F}$ ,  $\text{pF}$ ,  $\text{nF}$   $\left[ \frac{C}{V} = F \right]$
- Analogia między kondensatorem mającym ładunek  $q$  i sztywnym zbiornikiem o objętości  $V$ , zawierającym  $n$  moli gazu doskonałego:

$$n = \frac{V}{RT} p$$

$$q = C \Delta V$$

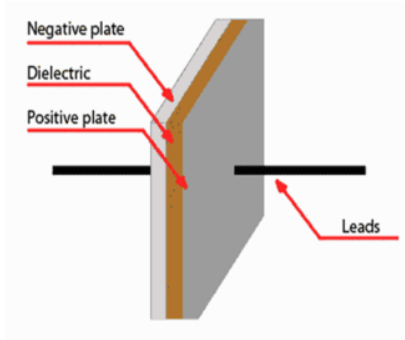
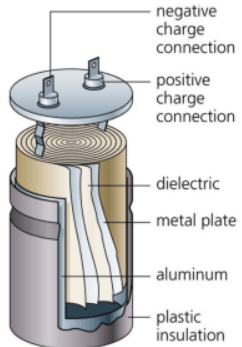
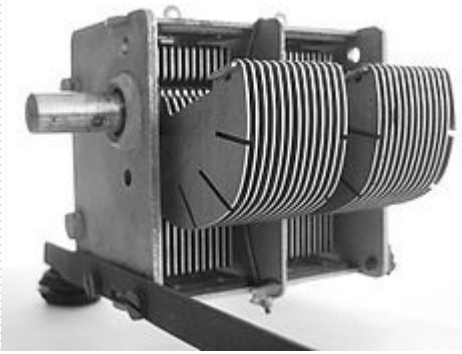
Przy ustalonej temperaturze  $T$ , pojemność kondensatora  $C$  pełni podobną funkcję jak objętość zbiornika.

# Kondensator



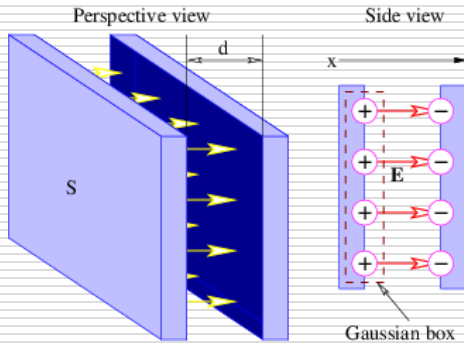
## Capacitor Construction

[www.yantraeducation.com](http://www.yantraeducation.com)



[www.yantraeducation.com](http://www.yantraeducation.com)

# Od czego zależy pojemność kondensatora ?



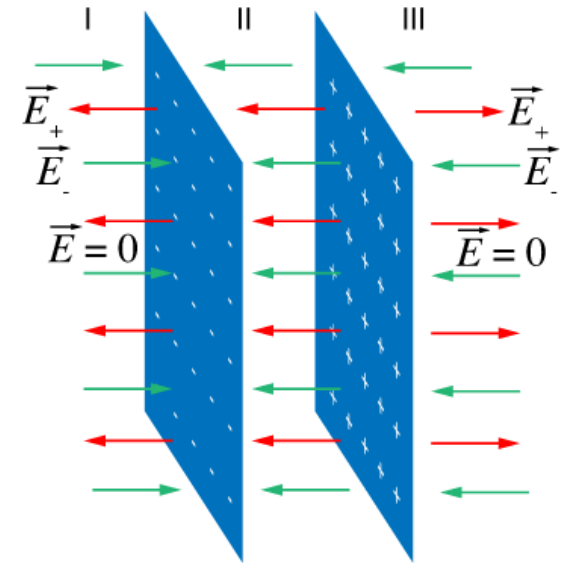
Natężenie pola od jednej okładki:  $E_+ = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

Pole między okładkami:

$$E = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$\sigma = \frac{q}{S}$  oraz  $E = \frac{U}{d}$  stąd

$$U = E \cdot d = \frac{q \cdot d}{\epsilon_0 S} \quad C = \frac{q}{U} = \boxed{\epsilon_0 \frac{S}{d}}$$



interpretacja fizyczna?

## □ Energia kondensatora, gęstość energii

Energia naładowania = energii rozładowania kondensatora.

Dodając  $dq$  zmieniamy  $U(q)$  między okładkami.

$$W = \int U \cdot dq = \int \frac{q}{C} dq \Rightarrow \frac{q^2}{2C} = W_n \quad \Rightarrow \frac{qU}{2} = W_n$$

$$W_n = \frac{qEd}{2} = \frac{\varepsilon_0 S d E^2}{2}$$

Objętość kondensatora  $V_{obj} = S \cdot d$

$$\text{Gęstość energii} \Rightarrow \frac{W_n}{V_{obj}} = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} \quad \left[ \frac{J}{m^3} \right]$$

# Przykłady

---

- Jaka musiałaby być powierzchnia okładki kondensatora płaskiego, aby, przy odległości okładek  $d=1$  mm, uzyskać pojemność  $C=1$  F?

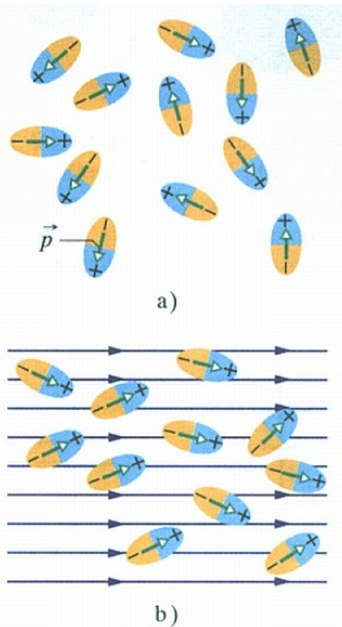
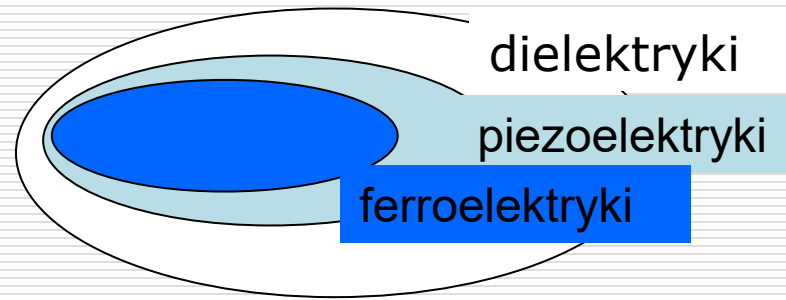
$$S=113 \text{ mln m}^2$$

- Kondensator kulisty, którego okładki są współśrodkowymi sferami naładowano ładunkiem  $Q$ . Jeżeli nastąpi przesunięcie wewnętrznej sfery (przy chwiejnej równowadze mogą zadziałać siły elektryczne) – zaburzenie współśrodkowości, to czy pojemność kondensatora wzrośnie czy zmaleje ?

- Powłoka sferycznego balonika została naładowana z jednorodną gęstością powierzchniową ładunku  $\delta$ . Do wnętrza tego balonika wprowadzono punktowy pyłek o ładunku  $q$  – tego samego znaku co powłoka. Czy spowoduje to zmianę średnicy balonu? Oto rozumowania dwóch studentów:
  - Jednoimienne ładunki się odpychają, a zatem dowolny element powłoki będzie odpychany od ładunku  $q$  co doprowadzi do wzrostu średnicy balonu.
  - Równomiernie naładowana powłoka sferyczna nie wytwarza w swoim wnętrzu pola, co oznacza brak oddziaływania pomiędzy powłoką i ładunkiem  $q$ . A zatem średnica balonu się nie zmieni się.

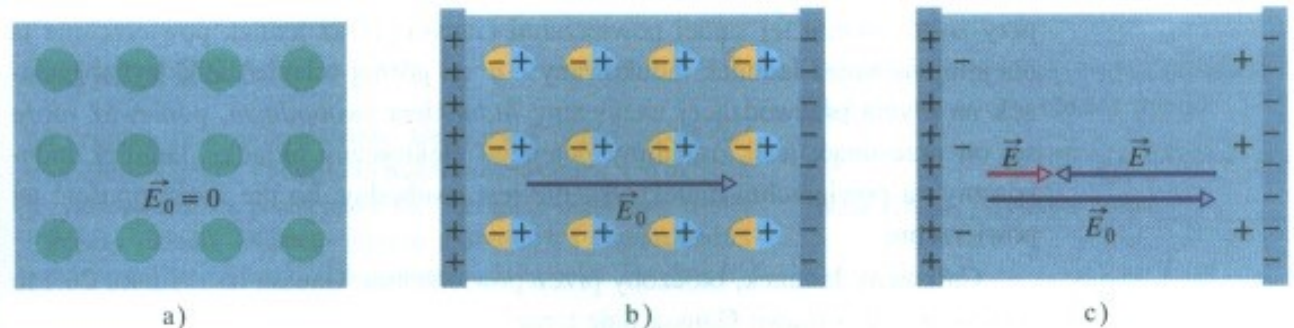
Który student ma rację?

# Dielektryki



Rys. 26.12. a) Cząsteczki obdarzone elektrycznym momentem dipolowym przy braku zewnętrznego pola elektrycznego mają przypadkowe ustawienia. b) Przyłożenie pola elektrycznego prowadzi do częściowego uporządkowania dipoli. Całkowitemu uporządkowaniu przeszkadza ruch termiczny

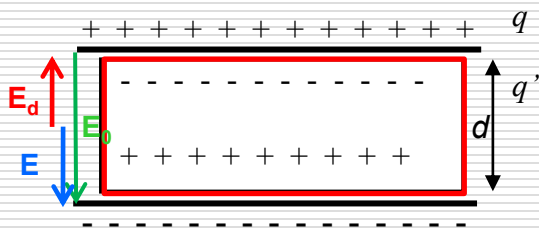
Dielektryki – ładunki nie mogą się swobodnie przemieszczać ale możliwe są przesunięcia ładunków w skali mikroskopowej.



Rys. 26.13. a) Płyta z niepolarnego dielektryka. Koła przedstawiają elektrycznie obojętne atomy w płycie. b) Przyłożenie pola elektrycznego przez naładowanie okładek kondensatora; pole częściowo rozciąga atomy, rozsuwając środki dodatniego i ujemnego ładunku. c) Rozsunięcie wytwarza ładunki powierzchniowe na ścianach płyty. Ładunki te wytwarzają pole o natężeniu  $\vec{E}'$ , które jest skierowane przeciwnie do natężenia przyłożonego pola  $\vec{E}_0$ . Wypadkowe natężenie pola  $\vec{E}$  wewnątrz dielektryka (suma wektorowa natężeń  $\vec{E}_0$  i  $\vec{E}'$ ) ma ten sam kierunek, jak wektor  $\vec{E}_0$ , ale mniejszą wartość

HRW t.3





$q$  – ładunek swobodny o gęstości  $\sigma$   
 $q'$  – indukowany ładunek polaryzacyjny o gęstości  $\sigma_d$

$$\sigma_d = \frac{q'}{S}$$

bez dielektryka ( $V_0$ )

$$E_0 = \frac{V_0}{d}$$

$$E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

z dielektrykiem ( $V$ )

$$E = \frac{V}{d} = \frac{V_0 \cdot \epsilon_0}{\epsilon \cdot d} = E_0 - E_d$$

$$E_d = \frac{\sigma_d}{\epsilon_0}$$

gdzie  $\epsilon$  - przenikalność ośrodka natomiast  $\epsilon_r$

$\epsilon_r = \frac{C_{diel}}{C_0}$  - względna przenikalność elektryczna

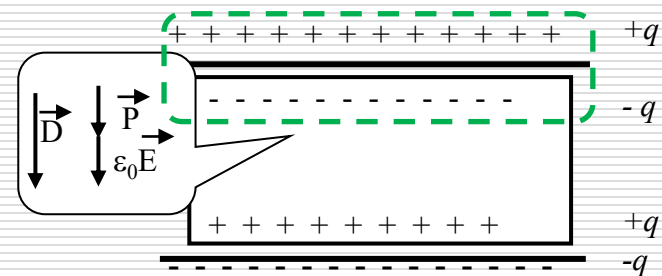
$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

$$C_0 = \epsilon_0 \frac{S}{d}$$

natomiast

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d} = \epsilon \frac{S}{d} = \epsilon_r C_0$$

Płytką dielektryka ma *moment dipolowy*  $\vec{p}$  o wartości  $q' \cdot d$



Dla każdego dielektryka można zdefiniować tzw. *wektor polaryzacji*:

$$\vec{P} = \frac{\vec{p}}{S \cdot d} \quad P = \frac{q' \cdot d}{S \cdot d} = \frac{q'}{S} = \sigma_d$$

zwrot wektora: od ładunku ujemnego do dodatniego ładunku indukowanego - jak w każdym dipolu.

Aby powiązać wektory  $\vec{E}$  oraz  $\vec{P}$  wprowadzamy *wektor indukcji*  $\vec{D}$

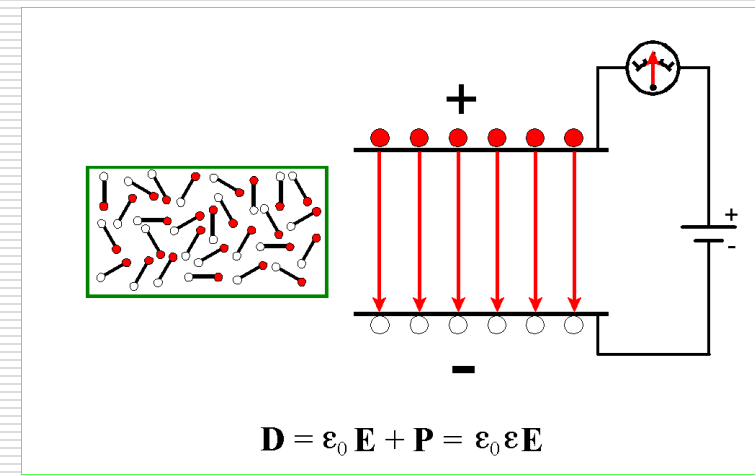
$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

A więc

$\vec{P}$  - łączy ładunki polaryzacyjne

$\epsilon_0 \vec{E}$  - dotyczy wszystkich ładunków

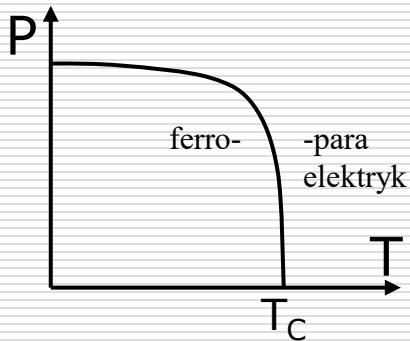
$\vec{D}$  - łączy ładunki swobodne (jest taki sam dla próżni i dielektryka)



Zdolność polaryzacji dielektryka pod wpływem pola elektrycznego określa podatność dielektryczna  $\chi$ :

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi E$$

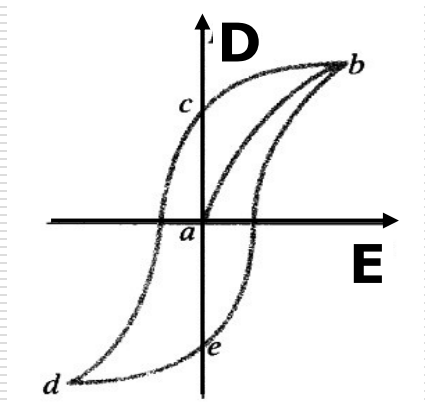
$$\chi = \epsilon_d - 1$$



$$\chi = \frac{A}{T - T_C}$$

gdzie  $A$  - stała Curie-Weissa.

Dla **ferroelektryka** → pętla histerezy



# Przykłady:

---

- Po naładowaniu płaskiego kondensatora zawierającego dielektryk, odłączono go od źródła, a następnie wysunięto dielektryk. Określ i uzasadnij jak zmieni się:
  - Pojemność kondensatora
  - jego ładunek
  - Natężenie pola oraz
  - napięcie między okładkami
  - Energia kondensatora
  
- Do próżniowego, płaskiego kondensatora dołączonego do źródła napięcia wsunięto dielektryk. Jak wówczas zmienią się powyższe parametry kondensatora?

# Połączenia kondensatorów

## □ Równoległe

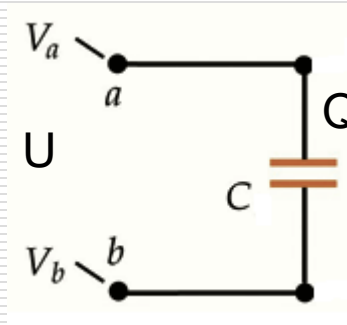
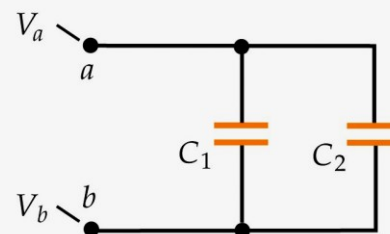
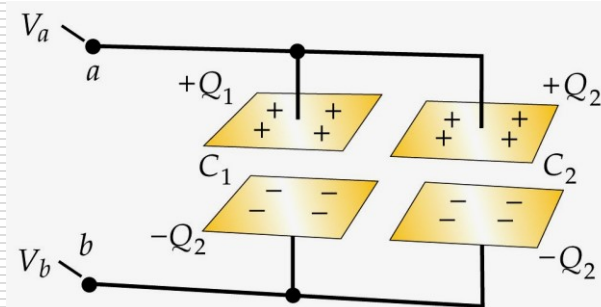
$$V_a - V_b = U_1 = U_2 = U$$

$$\frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{Q}{C} = U$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = C_1 U + C_2 U = C U$$

Pojemność kondensatora  
zastępczego

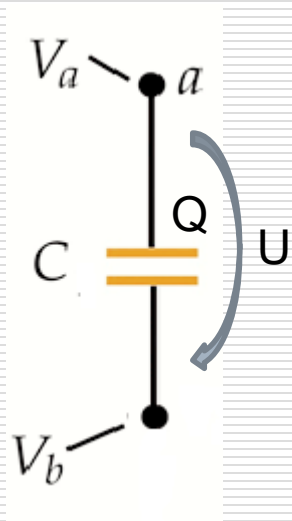
$$C = C_1 + C_2$$



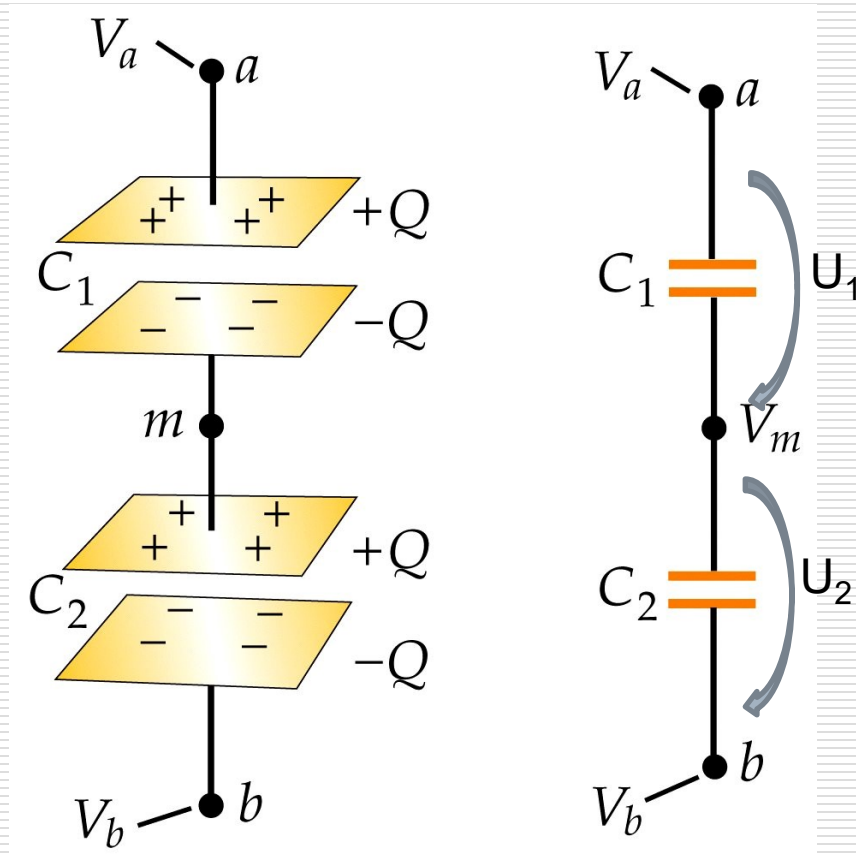
## □ Szeregowe

$$U = U_1 + U_2 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = \frac{Q}{C}$$

Pojemność kondensatora zastępczego



$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$



# Podsumowanie

---

- Kondensator jest urządzeniem, w którym magazynowana jest potencjalna energia elektrostatyczna.
- Gęstość energii zmagazynowanej jest proporcjonalna do kwadratu pola  $E$ .
- Pojemność kondensatora zależy od jego wymiarów geometrycznych i wypełnienia.
- Podstawowe łączenia kondensatorów:

➤ szeregowo

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

➤ równoległe

$$C = C_1 + C_2$$