

Wykład 9:

Fale cz. 2

dr inż. Zbigniew Szklarski

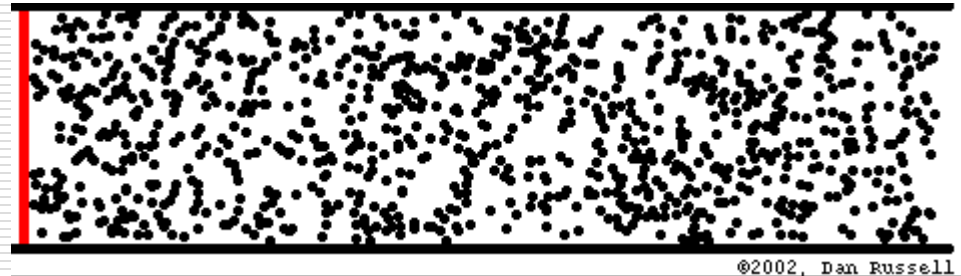
szkla@agh.edu.pl

<http://layer.uci.agh.edu.pl/Z.Szklarski/>

Fale sprężyste w gazach

przesunięcie warstwy
cząsteczek

$$s(x, t) = s_m \cos(kx - \omega t)$$



zmiana ciśnienia gazu w rurze

$$\Delta p(x, t) = \Delta p_m \sin(kx - \omega t)$$

gdzie $\Delta p_m = (v\rho\omega)s_m$

amplituda zmian
ciśnienia

prędkość fazowa

gęstość

amplituda
przesunięcia

Przykłady

- Maksymalna amplituda zmian ciśnienia Δp_m , jaką ludzkie ucho może wytrzymać w postaci głośnego dźwięku, jest równa około 28 Pa ($p_{\text{atm}} = 10^5$ Pa). Znajdź amplitudę przemieszczenia s_m dla takiego dźwięku, w powietrzu o gęstości $\rho = 1,21$ kg/m³, przy częstotliwości 1000 Hz i prędkości 343 m/s

$$s_m = \frac{\Delta p_m}{v \rho \omega} = \frac{\Delta p_m}{v \rho (2 \pi f)} = 11 \mu\text{m} \quad \text{bardzo mała amplituda !}$$

- Dla najśłabszego słyszalnego dźwięku o częstotliwości 1000 Hz, podczas gdy amplituda zmian ciśnienia wynosi $2,8 \cdot 10^{-5}$ Pa, to amplituda przemieszczenia wynosi **11 pm**

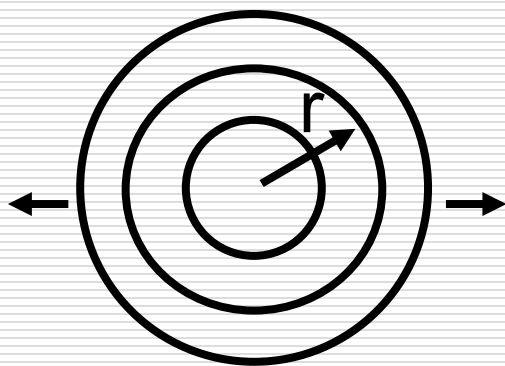
Natężenie dźwięku

Natężenie I fali dźwiękowej na pewnej powierzchni jest to średnia szybkość w przeliczeniu na jednostkę powierzchni, z jaką fala dostarcza energię do tej powierzchni (lub przenosi przez nią energię).

$$I = \frac{P}{S}$$

← moc
← pole powierzchni

dla fali emitowanej izotropowo



$$I = \frac{P_{\text{źr}}}{4\pi r^2}$$

← moc źródła

Podobnie jak dla fali w strunie

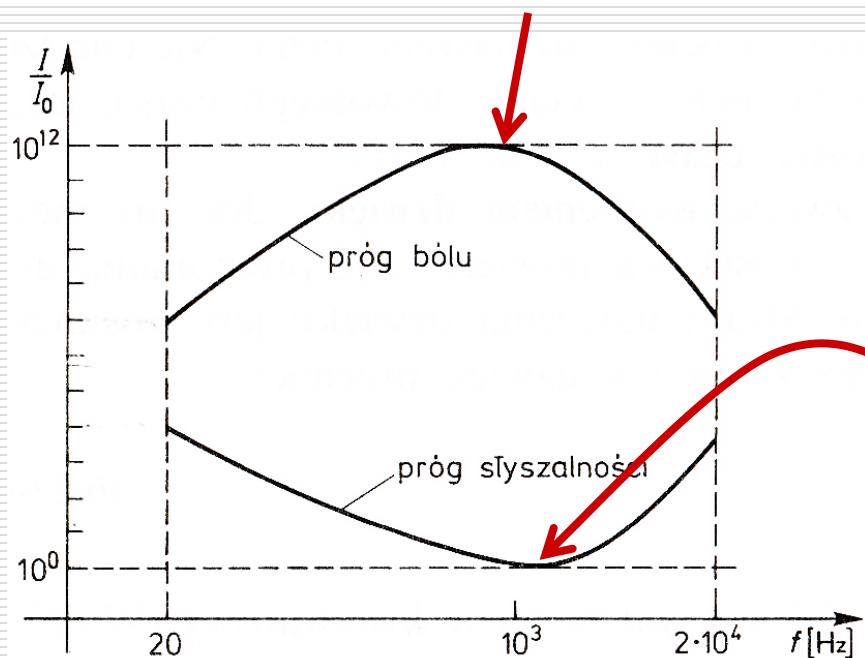
Ucho ludzkie: amplituda przemieszczenia zmienia się od 10^{-5} m dla najgłośniejszego tolerowanego dźwięku do 10^{-11} m dla najśłabszego słyszalnego dźwięku; stosunek tych amplitud wynosi 10^6 .

Natężenie dźwięku jest proporcjonalne do kwadratu amplitudy przemieszczenia, zatem zakres natężeń dźwięku rejestrowany przez ucho jest bardzo duży, około 10^{12}

Subiektywnie odczuwalne natężenie dźwięku, tak zwany **poziom natężenia** określamy na podstawie prawa **Webera i Fechnera**. Zmiana intensywności subiektywnego wrażenia dźwiękowego wywoływanego przez dwa dźwięki jest proporcjonalna do logarytmu natężeń porównywanych dźwięków

Krzywa czułości ucha

górną granicę słyszalności
dla 1 kHz (120 dB)



Poziom natężenia

$$\Lambda = \eta \log \frac{I}{I_0}$$

$\eta=1$, jednostką jest 1B (bel)
 $\eta=10$, 1dB (decybel)

Natężenie $I_0 = 10^{-12}$ W/m² o
częstotliwości 1 kHz
nazywamy natężeniem
poziomu zerowego (0 dB)

Ucho ludzkie charakteryzuje się różną czułością dla różnych częstotliwości dźwięku

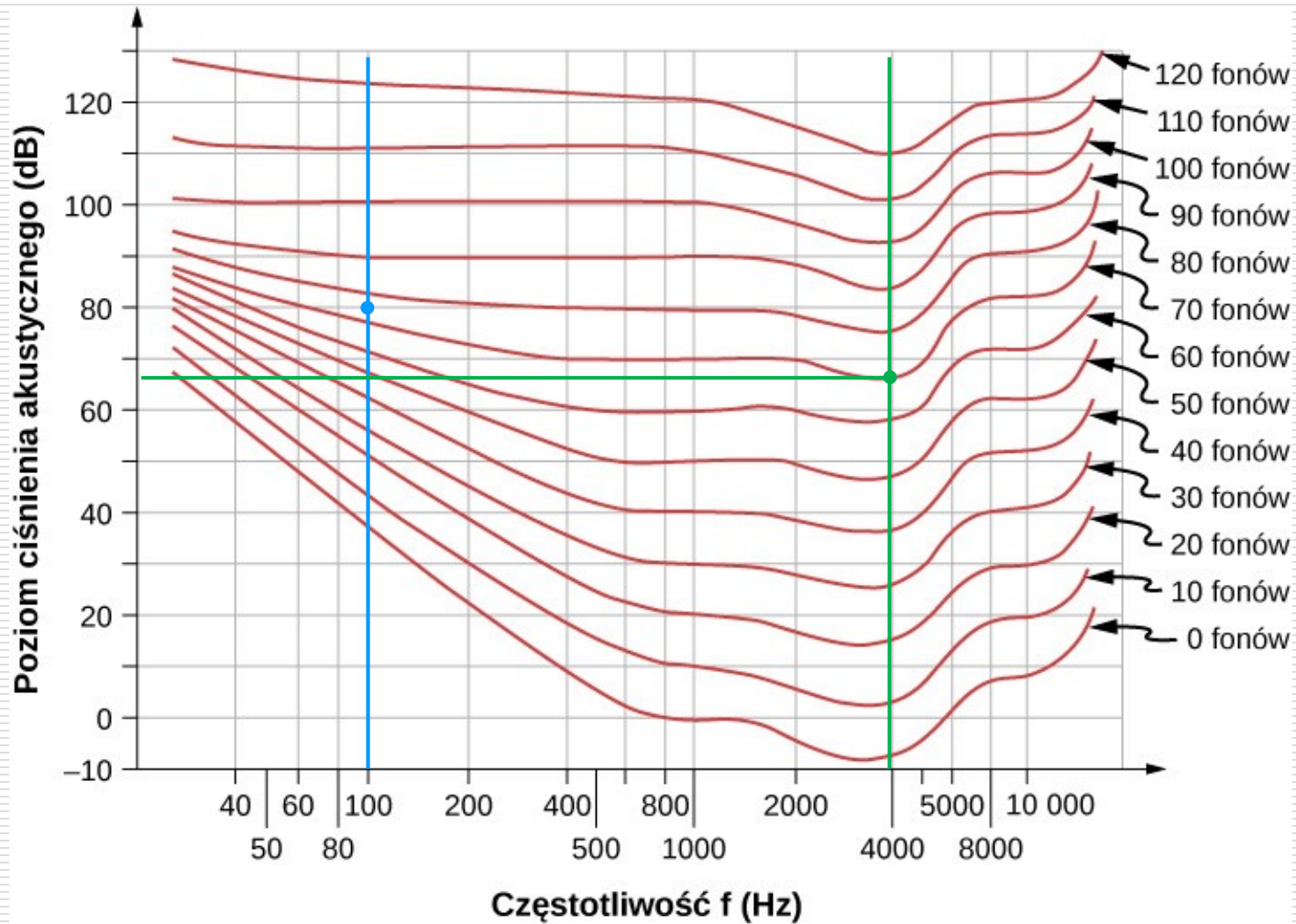
Głośność dźwięku

Dwa dźwięki o tym samym natężeniu lecz o różnych częstotliwościach nie wydają się nam tak samo głośne, np. dźwięk o częstotliwości 1 kHz odczujemy jako głośniejszy od dźwięku o częstotliwości 0.5 kHz mimo, że w skali decybelowej będą miały jednakowy poziom natężenia.

Głośność dźwięku wyrażamy w fonach. Dany dźwięk ma głośność n fonów, jeżeli słyszymy go tak samo głośno, jak dźwięk o natężeniu subiektywnym n decybeli i częstotliwości 1 kHz.

20 fonów odpowiada

200 Hz	40 dB
1000 Hz	20 dB
3000 Hz	15 dB
10 000 Hz	32 dB



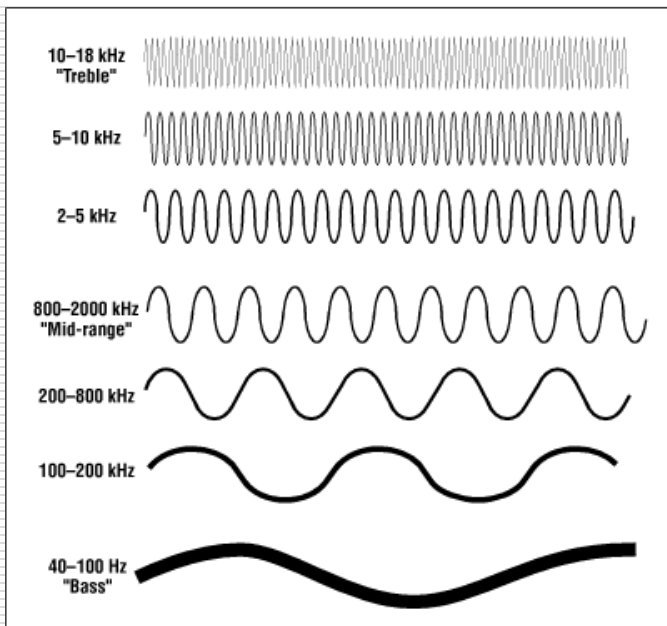
1. Jaka jest głośność w fonach dźwięku o częstotliwości 100 Hz, którego poziom natężenia wynosi 80 dB?
2. Ile wynosi poziom natężenia dźwięku o częstotliwości 4000 Hz, którego głośność wynosi 70 fonów?

Przykłady

1. Amplituda dźwięku wzrosła trzykrotnie. A) Jak (ile razy) zmieniło się natężenie dźwięku. B) O ile decybeli wzrósł poziom natężenia ?
2. Pojedynczy komar lecący w odległości 10m od nas wytwarza dźwięk na granicy słyszalności (0 dB). Jaki byłby poziom natężenia dźwięku wydawanego przez 1000 komarów latających w tej samej odległości?
3. Samolot odrzutowy emituje w ciągu sekundy dźwięk o energii $2 \cdot 10^5$ J.
A) Jaki będzie poziom natężenia dźwięku w odległości 40m od samolotu?
B) Jaki będzie poziom natężenia dźwięku w odległości 300m od samolotu?
C) Powietrze pochłania dźwięk w stosunku 7 dB/km, zatem jaki będzie poziom natężenia dźwięku w odległości 5 km od samolotu?

Ton/dźwięk, cechy dźwięku

- ton (dźwięk prosty) - drganie sinusoidalne o jednej częstotliwości.
- wieloton harmoniczny (dźwięk złożony) - drganie będące sumą tonów prostych o różnym natężeniu i częstotliwości, będącej wielokrotnością tonu podstawowego (tworzących szereg harmoniczny)
- Cechy dźwięku:
 - I. Wysokość – częstotliwość tonu podstawowego
 - II. Głośność – kwadrat amplitudy
 - III. Barwa – zawartość tonów podstawowych



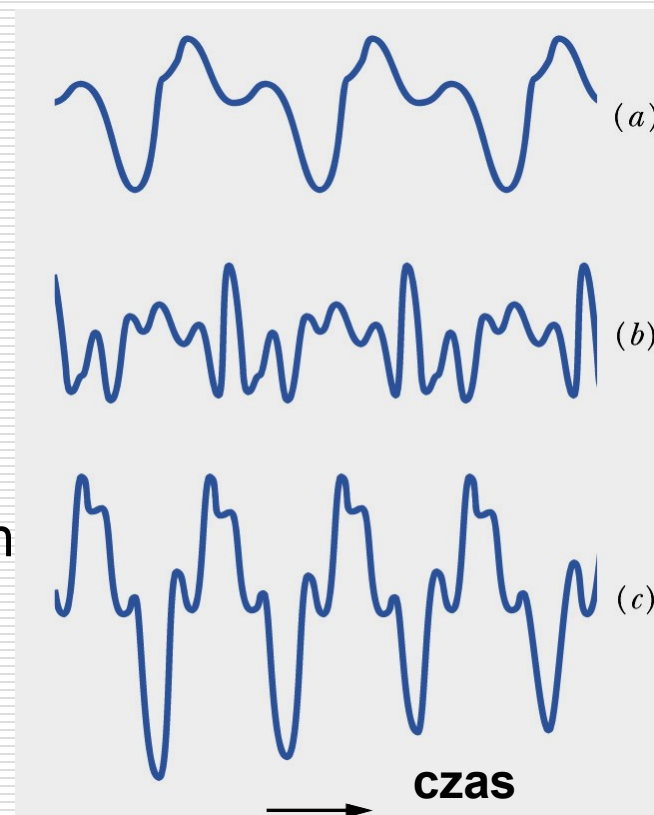
Wysokość dźwięku

Barwa dźwięku

a) flet

b) obój

c) saksofon

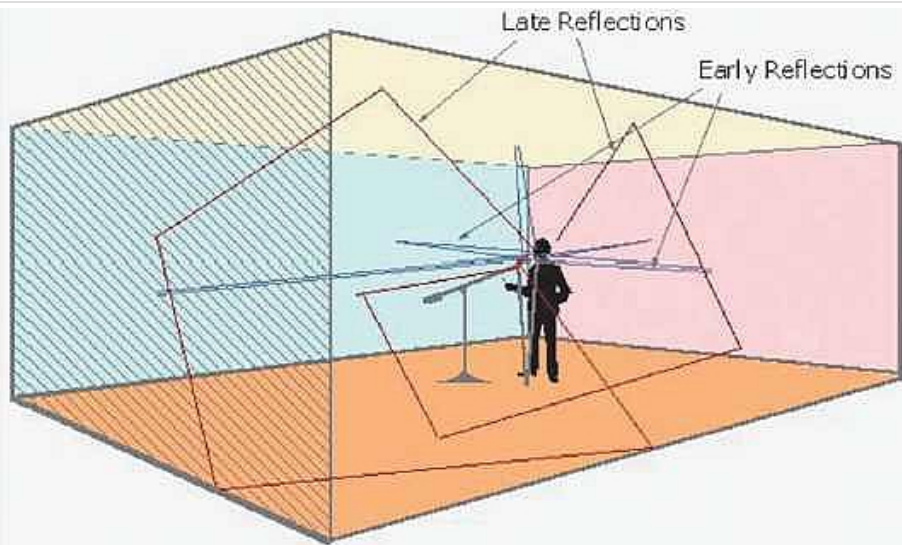


Zjawiska akustyczne

- *Echo* – dwu lub kilkakrotne słyszenie tego samego dźwięku w wyniku jednego lub kilku odbić dźwięku od przeszkody leżącej daleko od źródła dźwięku.
- *Pogłos* – subiektywne wrażenie przedłużenia czasu trwania dźwięku w wyniku wielokrotnych odbić dźwięku od blisko położonych przeszkód (pomieszczenia zamknięte).
- *Dudnienia* – okresowe zmiany amplitudy dźwięku wypadkowego (np. drgania dwóch kamertonów o nieco różnych częstotliwościach drgań).

Zjawiska akustyczne cd.

- *Fala uderzeniowa* – powstaje, gdy prędkość źródła fali jest większa niż prędkość rozchodzenia się fali w danym ośrodku. Przykład: samolot naddźwiękowy, strzelanie z bata, fale na wodzie wytwarzane przez szybkie motorówki.
- *Zjawisko Dopplera* – względna zmiana częstotliwości odbierana przez odbiornik, w stosunku do częstotliwości emitowanej przez źródło – występuje w przypadku gdy źródło i odbiornik poruszają się względem siebie.



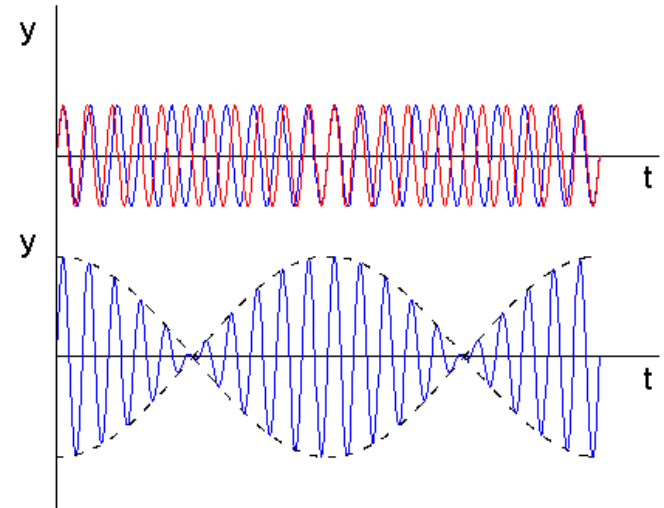
Wczesne odbicia (early reflections) pochodzą od pojedynczych odbić od ścian, podłogi i sufitu, natomiast odbicia wielokrotne od tych powierzchni określone są mianem późnych odbić (later reflections).

echo



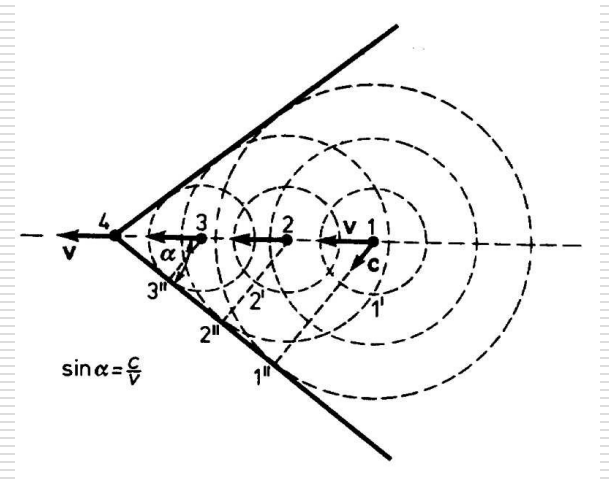
pogłos

dudnienia





fala uderzeniowa



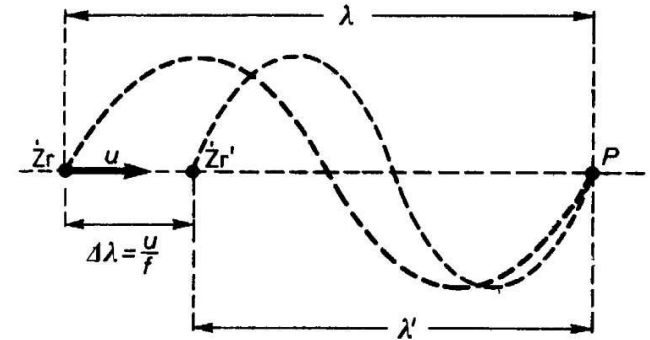
efekt Dopplera



Efekt Dopplera

□ Ruch źródła w kierunku nieruchomego odbiornika.

Źródło emituje dźwięk o częstotliwości f , który rozchodzi się z szybkością v . Dodatkowo źródło porusza się w kierunku odbiornika z szybkością u , który rejestruje odbierany dźwięk o częstotliwości f' .



$\Delta\lambda$ - skrócenie fali w wyniku ruchu źródła z szybkością u .

$$\Delta\lambda = \frac{u}{f} = \lambda - \lambda'$$

$$f' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{\lambda - \frac{u}{f}} = \frac{v}{v - u} f$$

czyli $f' > f$ gdy $u > 0 \Rightarrow$ gdy źródło oddala się,
wówczas $f' < f$

□ **Jednoczesny ruch źródła i odbiornika (zbliżanie się).**

Źródło porusza się w kierunku odbiornika z szybkością u , a jednocześnie odbiornik porusza się w kierunku źródła z szybkością v_0 .

Wówczas rejestrowana przez odbiornik częstotliwość

$$f' = \left(\frac{v + v_0}{v - u} \right) f$$

- Wykorzystanie praktyczne zjawiska: radarowy pomiar szybkości, „przesunięcie ku czerwieni” – pomiar szybkości oddalania się galaktyk.

Podstawowe zjawiska falowe

- interferencja
- dyfrakcja
- polaryzacja

a także

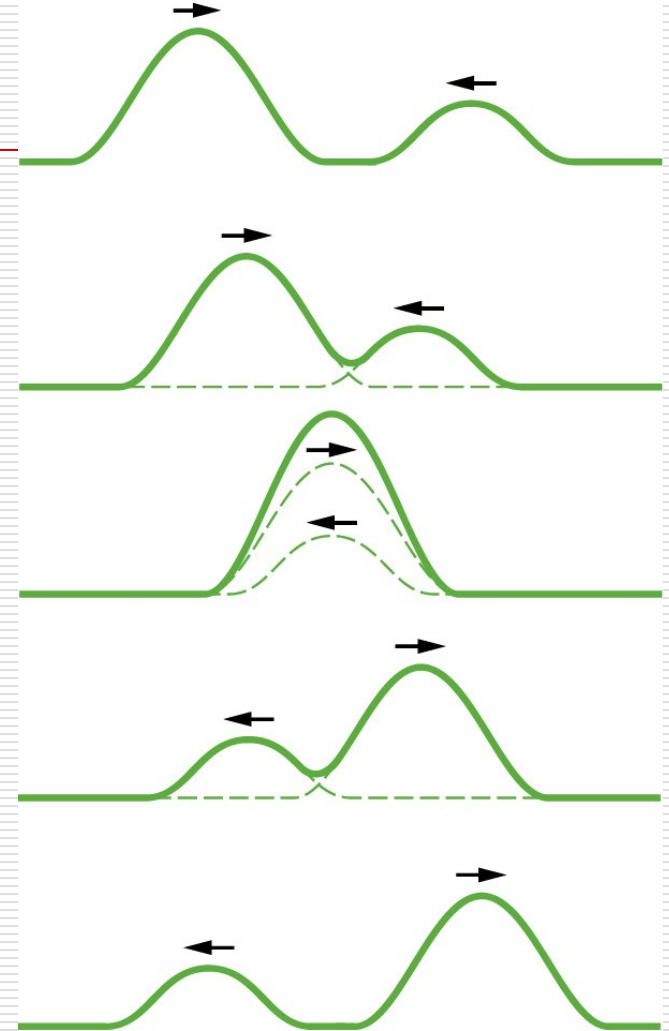
- załamanie, rozszczepienie (dyspersja), odbicie, transmisja, absorpcja

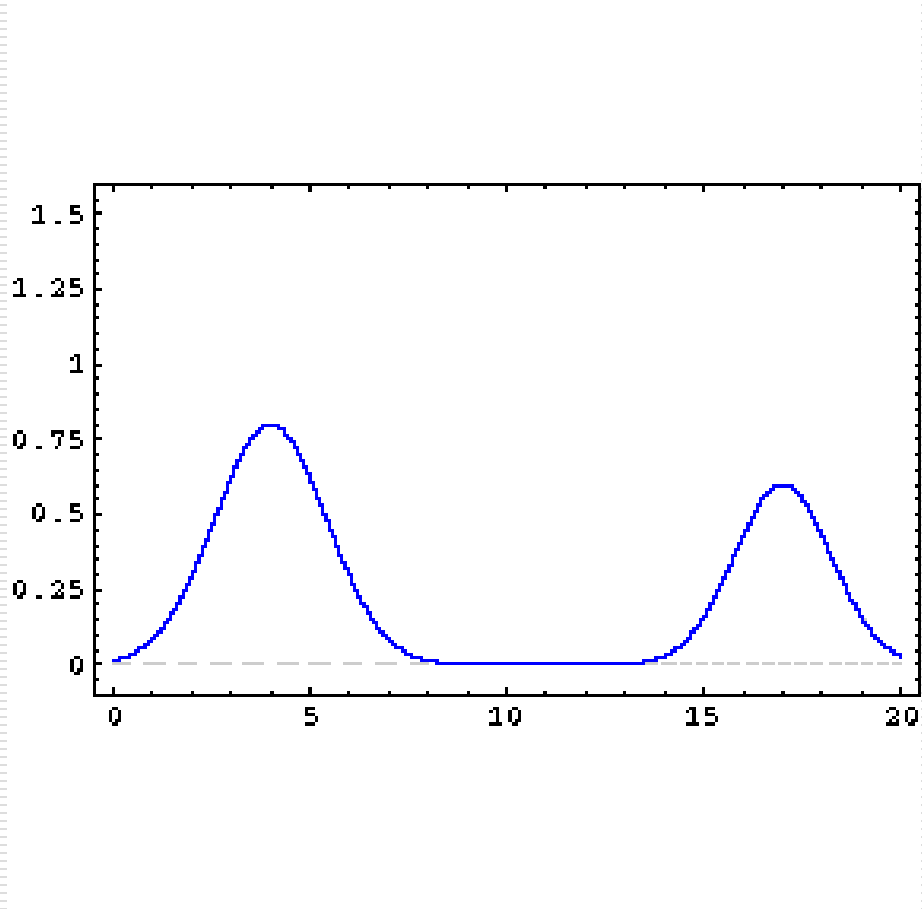
Zjawiska są wspólne dla wszystkich rodzajów fal

Zasada superpozycji fal

Często się zdarza, że dwie lub więcej fal przechodzi równocześnie przez ten sam obszar. Fale te nakładają się, w żaden sposób nie wpływają na siebie wzajemnie a zaburzenia dodają się algebraicznie tworząc **falę wypadkową**.

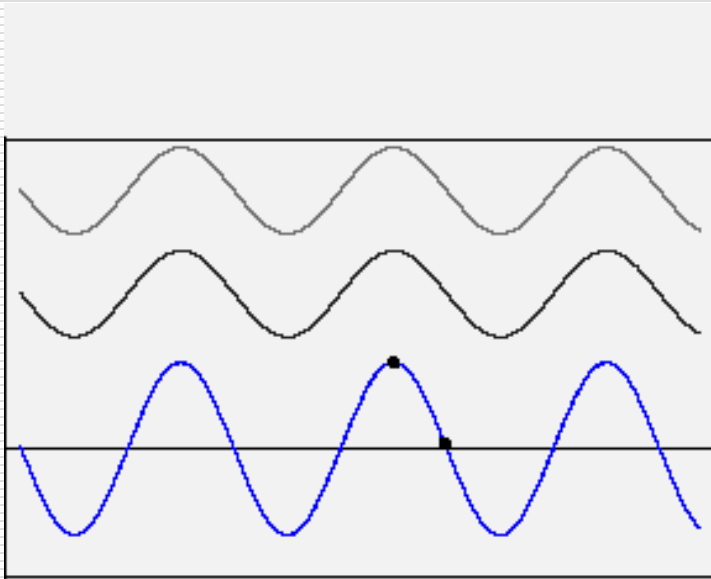
$$y_w(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$$



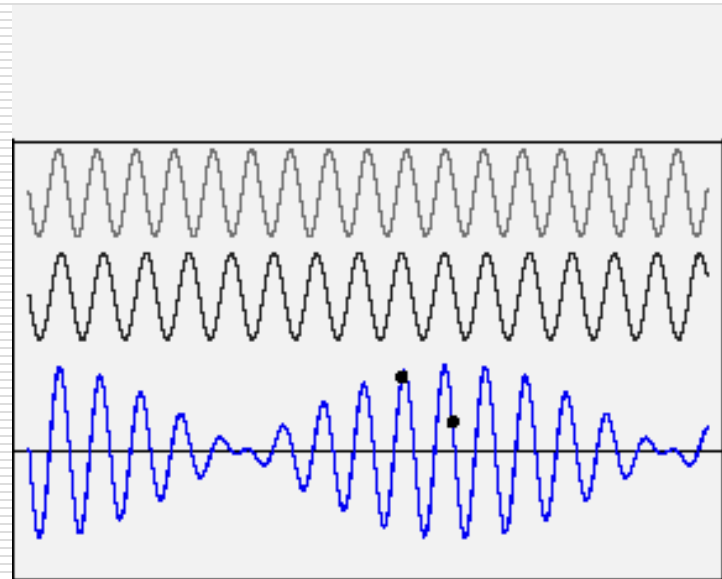


Skutki superpozycji fal

Wzmocnienie (interferencja konstruktywna) lub osłabienie (interferencja destruktywna)



Dudnienia (nakładanie się fal o bardzo zbliżonych częstościach)



Interferencja

Zakładamy, że dwie sinusoidalne fale o tej samej długości i amplitudzie biegną wzdłuż napiętej liny w tym samym kierunku. Fale te interferują ze sobą dają wypadkową falę sinusoidalną biegnącą w tym samym kierunku. Amplituda fali wypadkowej zależy od względnej różnicy faz fal interferujących.

$$y_1(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$$


$$y_2(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

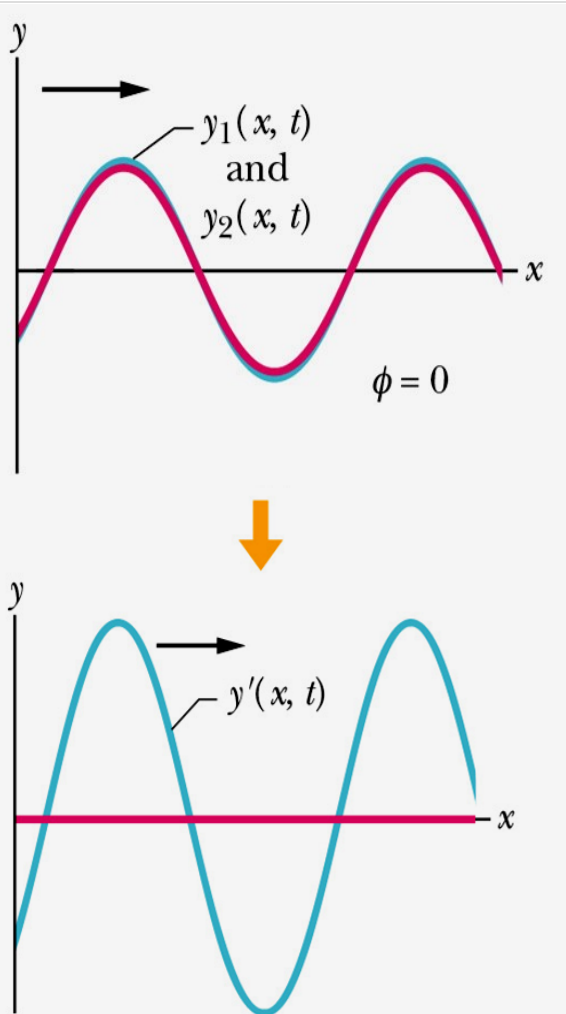
$$y = y_1(x, t) + y_2(x, t) = \underbrace{\left[2A \cos \frac{1}{2} \varphi \right]}_{\text{amplituda}} \sin\left(kx - \omega t + \frac{1}{2} \varphi\right)$$

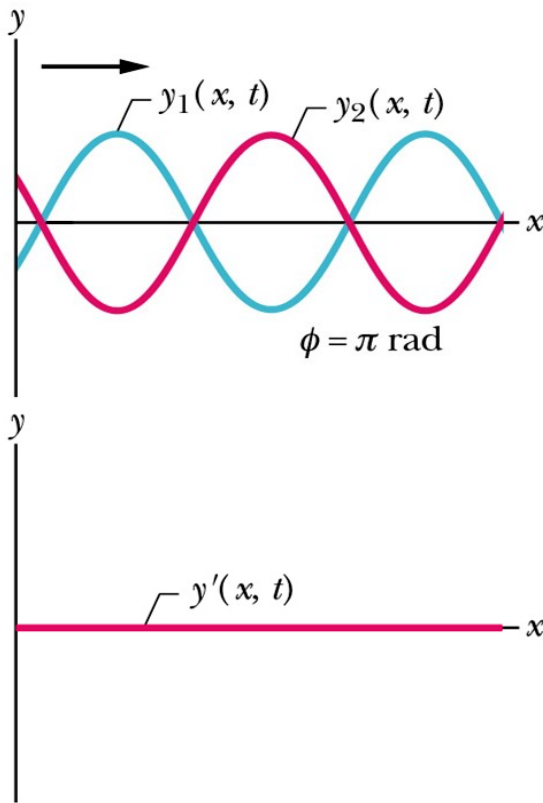
Interferencja konstruktywna (wzmocnienie) występuje, gdy fazy są zgodne, tj. gdy $\phi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$

Amplituda wypadkowa jest dwukrotnie większa niż amplituda każdej z fal interferujących

$$y'_m = 2A \cos \frac{1}{2}\phi = 2A$$

Natężenie fali wypadkowej jest czterokrotnie większe niż natężenie każdej z fal interferujących





Interferencja destruktywna – całkowite wygaszenie, gdy fazy są przeciwne, tj. gdy $\phi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$

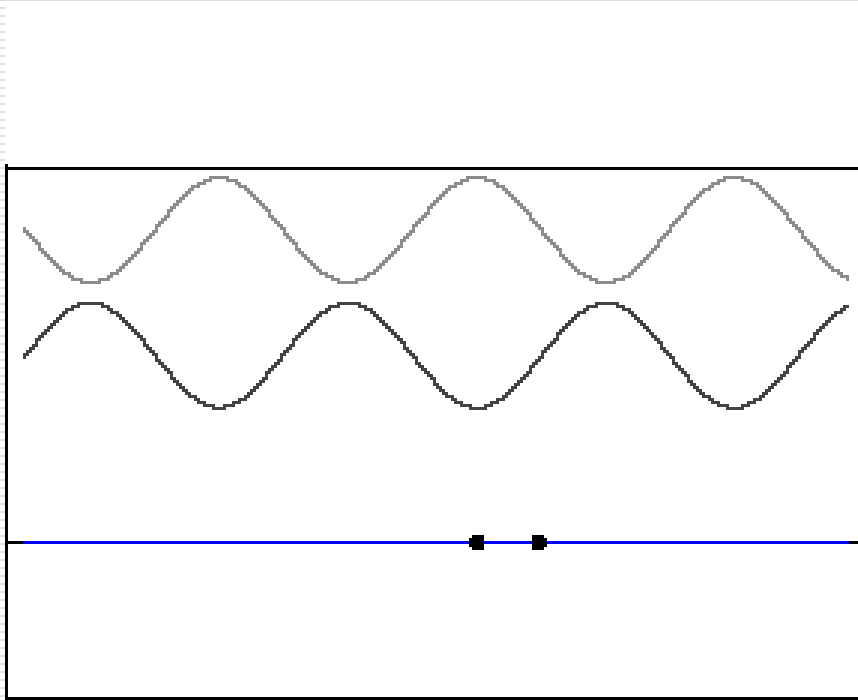
Amplituda i natężenie fali wypadkowej wynoszą zero

$$y'_m = 2y_m \cos \frac{1}{2}\phi = 0$$

Przypomnienie: Podobny efekt obserwowaliśmy przy nakładaniu drgań zachodzących wzdłuż jednej prostej



Fala stojąca



$$y = B \cdot \cos(\omega t)$$

Fala stojąca powstaje gdy dwie sinusoidalne fale o tej samej długości i amplitudzie biegną wzdłuż napiętej liny w przeciwnym kierunku.

$$y_1(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$$

$$y_2(x, t) = A \sin(kx + \omega t)$$

Można pokazać, że

$$y = y_1 + y_2 = \underbrace{[2A \sin kx]}_{B(x)} \cos(\omega t)$$

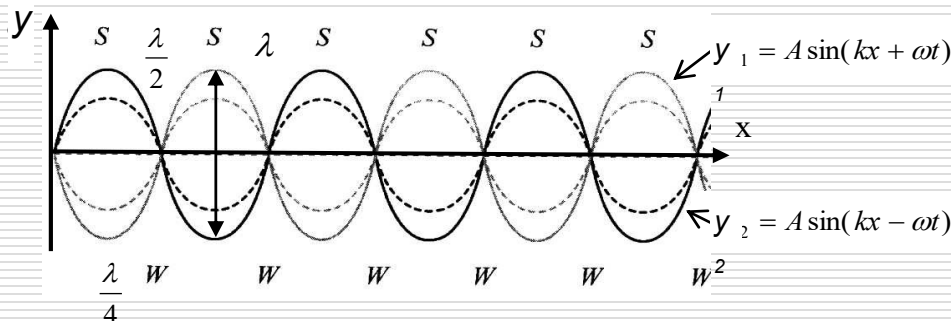
$B(x)$ - amplituda fali

- Amplituda fali stojącej zależy od położenia x – w pewnych charakterystycznych punktach nastąpi wygaszenie – *węzły*, a w innych wzmocnienie – *strzałka*

- $B_{min} = 0$ – *węzły fali*

$$k \cdot x_w = \pm n \cdot \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} x_w = \pm n \cdot \pi$$

$$x_w = \pm n \frac{\lambda}{2}$$



- B_{max} – *strzałki fali*

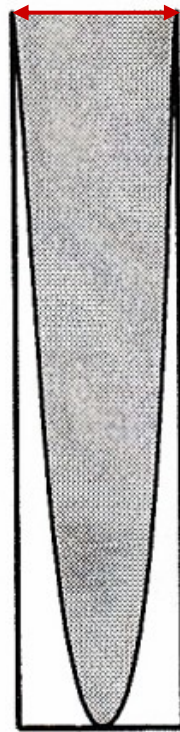
$$k \cdot x_s = \pm (2n + 1) \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} x_s = \pm (2n + 1) \frac{\pi}{2}$$

$$x_s = \pm (2n + 1) \frac{\lambda}{4}$$

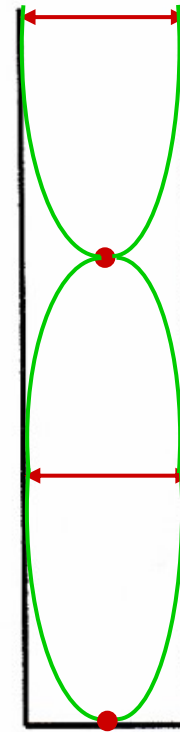
- Energia w fali stojącej nie może przepłynąć przez węzły (energia kinetyczna i potencjalna w węzłach równa jest zero!) Energia zmagazynowana jest w obszarach pomiędzy kolejnymi węzłami.*

□ **Ćwiczenie:**

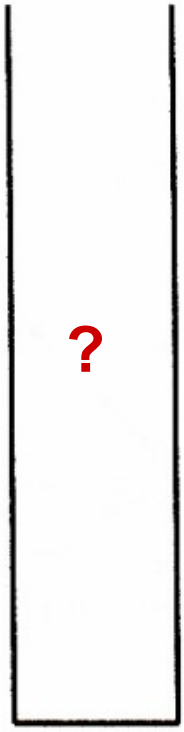
Fala stojąca w pizczalce jednostronnie zamkniętej. Narysować powstające wyższe harmoniczne.



1 harmoniczna



2 harmoniczna



3 harmoniczna

□ Rezonans występuje, gdy przy pewnych częstościach w wyniku interferencji powstaje fala stojąca o dużej amplitudzie.

□ Struna wykazuje rezonans przy pewnych częstościach zwanych częstościami rezonansowymi

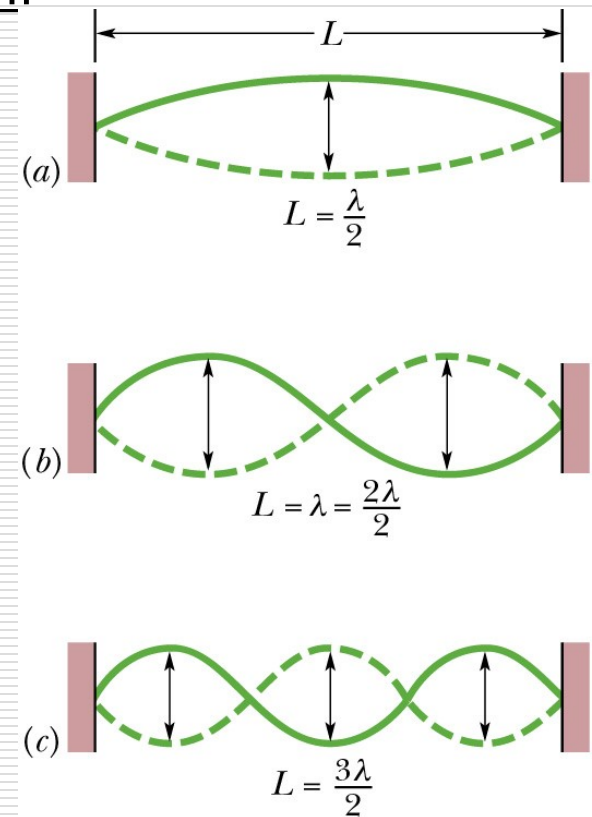
□ Warunki brzegowe - węzły dla $x = 0$ oraz dla $x = L \rightarrow y = 0$

□ warunek kwantyzacji długości fali:

$$\lambda_{n'} = \frac{2L}{n'} \quad \text{gdzie } n' = 1, 2, 3, \dots$$

□ warunek kwantyzacji częstości fali:

$$f_{n'} = n' \frac{v}{2L}$$




Częstości rezonansowe są całkowitymi wielokrotnościami najniższej częstotliwości – częstotliwości podstawowej f_1

$$f_1 = \frac{v}{2L}$$

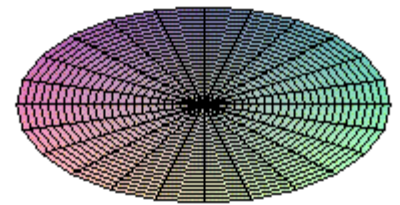
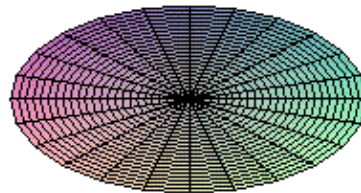
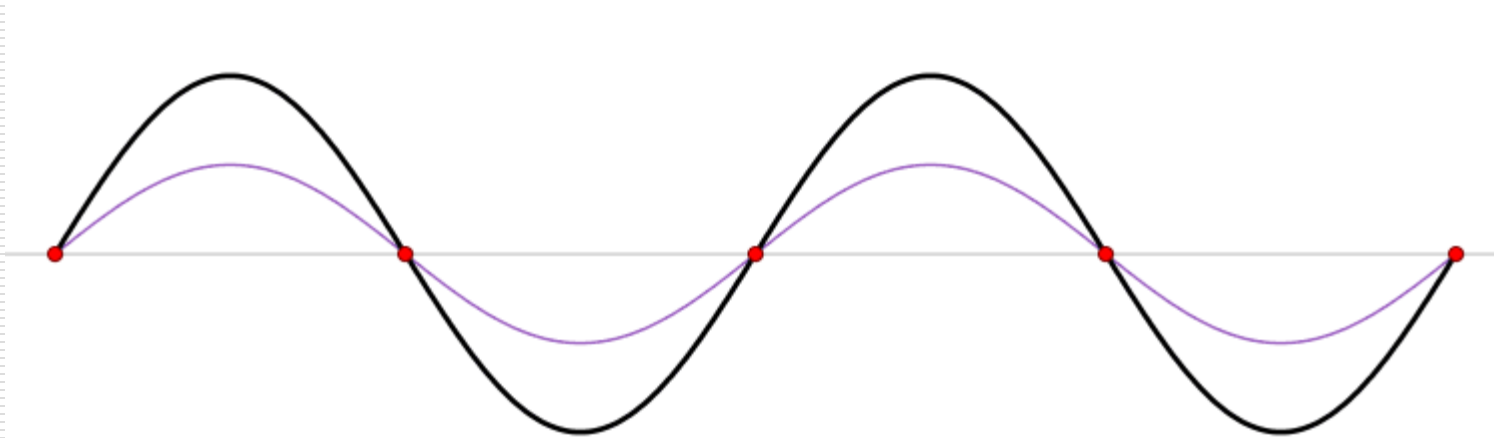
Drganie własne o częstotliwości podstawowej nazywamy modem podstawowym lub pierwszą harmoniczną

Szereg harmoniczny czyli zbiór wszystkich możliwych drgań własnych opisany jest przez

$$f_{n'} = n' f_1$$


liczba harmoniczna

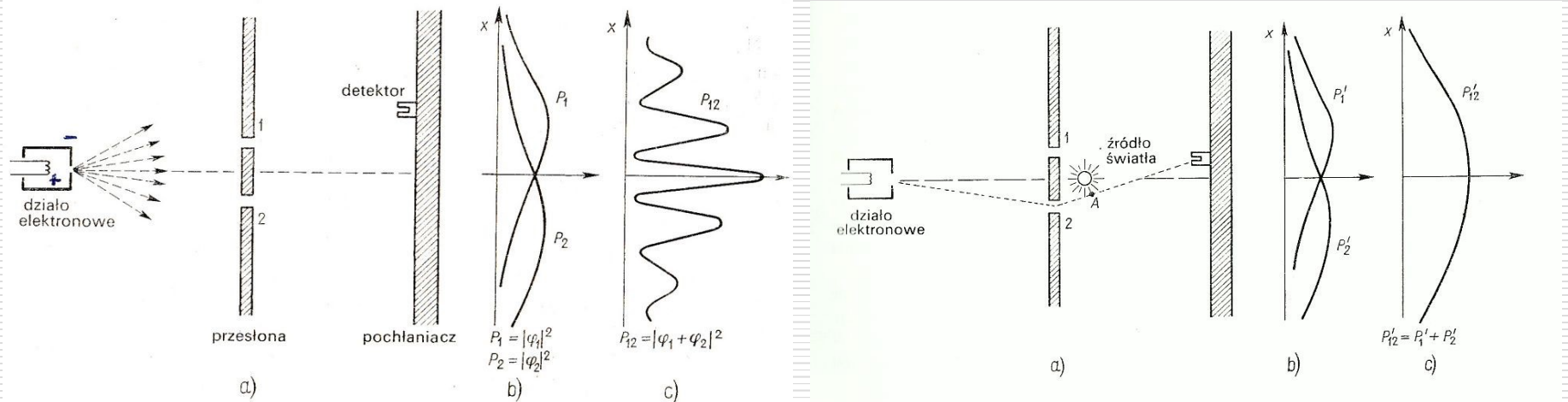
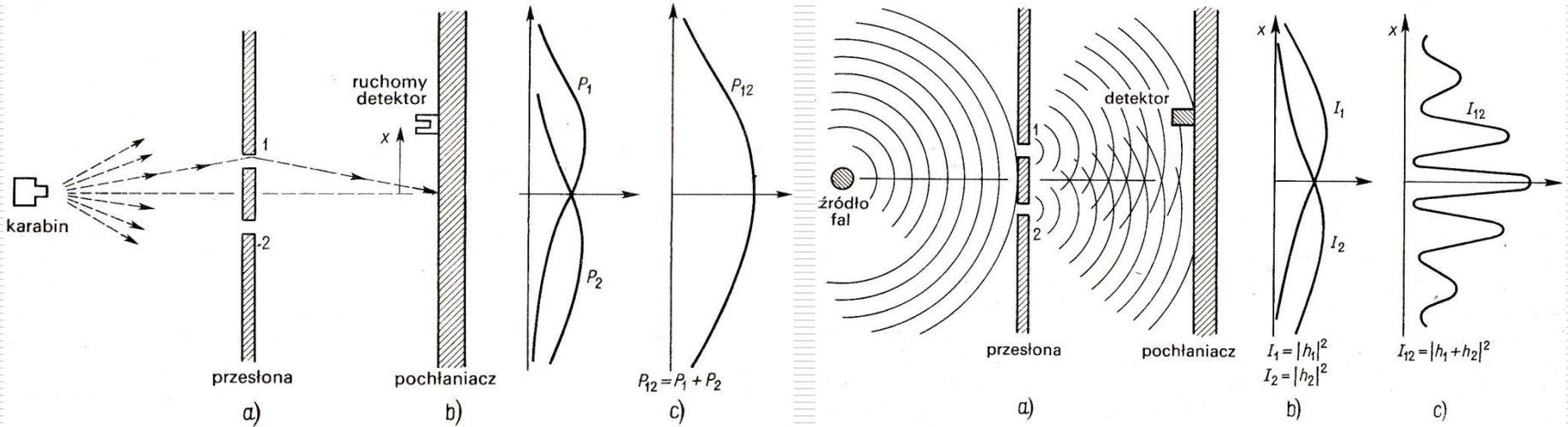
Fale stojące jedno- i dwuwymiarowe



Przykłady

1. W temperaturze 20°C (prędkość dźwięku 343 m/s) flet wydaje dźwięk podstawowy C ($261,6\text{ Hz}$), kiedy wszystkie otwory są zasłonięte.
 - A) Jaka jest przybliżona odległość od ustnika do końca fletu?
 - B) Jeżeli temperatura powietrza się obniży do 10°C obniżając szybkość dźwięku do 337 m/s , to jaka będzie wówczas wysokość wydawanego przez flet dźwięku?
 - C) W jakiej odległości od końca fletu powinien być odsłonięty otwór aby w 20°C flet wydawał dźwięk D o wysokości 294 Hz ?
2. Dwa głośniki ustawione naprzeciw siebie emitują dźwięki o tej samej amplitudzie i częstotliwości (250 Hz) ale przesunięte w fazie o 180° . Jaka jest minimalna odległość tych głośników w której:
 - A) Nastąpi interferencja konstruktywna dźwięków?
 - B) Dźwięki te wzajemnie się wygaszą?

Fale materii – czy elektron jest falą?



Czy elektron jest falą czy cząstką? Czy istnieją fale materii?

Hipoteza de Broglie'a odpowiada twierdząco:

długość fali
stowarzyszonej
z cząstką

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

stała Plancka
pęd cząstki

Dyfrakcja fal elektronowych rzeczywiście zachodzi –
transmisyjna mikroskopia elektronowa TEM

